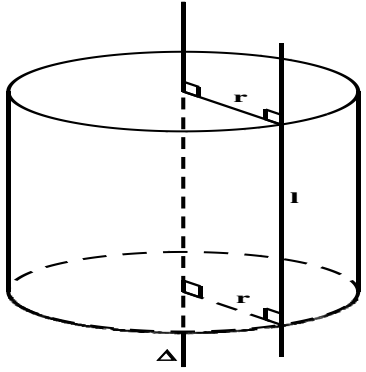
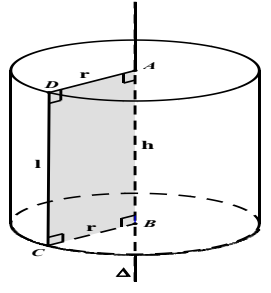


MẶT TRỤ TRÒN XOAY

I. TÓM TẮT KIẾN THỨC

Nội dung	Hình vẽ
1. Mặt trụ: Trong mặt phẳng (P) cho hai đường thẳng Δ và l song song với nhau, cách nhau một khoảng bằng r. Khi quay mặt phẳng (P) xung quanh Δ thì đường thẳng l sinh ra một mặt tròn xoay được gọi là mặt trụ tròn xoay, gọi tắt là mặt trụ. - Đường thẳng Δ gọi là trục. - Đường thẳng l là đường sinh. r là bán kính của mặt trụ đó.	
2. Hình trụ tròn xoay: Ta xét hình chữ nhật $ABCD$. Khi quay hình chữ nhật $ABCD$ xung quanh đường thẳng chứa một cạnh nào đó, chẳng hạn cạnh AB thì đường gấp khúc $ADCB$ sẽ tạo thành một hình gọi là hình trụ tròn xoay, hay gọi tắt là hình trụ.	
- Khi quay quanh AB hai cạnh AD và BC sẽ vạch ra hai hình tròn bằng nhau gọi là hai đáy của hình trụ, bán kính của chúng gọi là bán kính của hình trụ. - Độ dài đoạn CD gọi là độ dài đường sinh của hình trụ. - Phần mặt tròn xoay được sinh ra bởi các điểm trên cạnh CD khi quay xung quanh AB gọi là mặt xung quanh của hình trụ. - Khoảng cách AB giữa hai mặt phẳng song song chứa hai đáy là chiều cao của hình trụ.	
3. Khối trụ tròn xoay và các công thức: Khối trụ tròn xoay hay khối trụ là phần không gian được giới hạn bởi một hình trụ tròn xoay kể cả hình trụ tròn xoay đó. Những điểm không thuộc khối trụ gọi là những điểm ngoài của khối trụ. Những điểm thuộc khối trụ nhưng không thuộc hình trụ tương ứng gọi là những điểm trong của khối trụ. Mặt đáy, chiều cao, đường sinh, bán kính của một hình trụ cũng là mặt đáy, chiều cao, đường sinh, bán kính của khối trụ tương ứng. Hình trụ có chiều cao h, đường sinh l và bán kính đáy r. - Diện tích xung quanh: $S_{xq} = 2\pi rl$ - Diện tích toàn phần: $S_{tp} = 2\pi rl + 2\pi r^2$ - Thể tích: $V = \pi r^2 h$	

II. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Cho hình trụ (T) có chiều cao h , độ dài đường sinh l , bán kính đáy r . Ký hiệu S_{tp} là diện tích toàn phần của (T). Công thức nào sau đây là đúng?

- A.** $S_{tp} = \pi r l$. **B.** $S_{tp} = \pi r l + 2\pi r$. **C.** $S_{tp} = \pi r l + \pi r^2$. **D.** $S_{tp} = 2\pi r l + 2\pi r^2$.

Lời giải

Chọn D

- Hình trụ có chiều cao h , độ dài đường sinh l , bán kính đáy r .
- Diện tích toàn phần là $S_{tp} = 2\pi r l + 2\pi r^2$

Câu 2. Cho hình trụ (T) có chiều cao h , độ dài đường sinh l , bán kính đáy r . Ký hiệu S_{xq} là diện tích xung quanh của (T). Công thức nào sau đây là đúng?

- A.** $S_{xq} = \pi r h$. **B.** $S_{xq} = 2\pi r l$. **C.** $S_{xq} = 2\pi r^2 h$. **D.** $S_{xq} = \pi r l$.

Lời giải

Chọn B

- Hình trụ có chiều cao h , độ dài đường sinh l , bán kính đáy r .
- Diện tích xung quanh là $S_{xq} = 2\pi r l$

Câu 3. Thể tích của khối trụ có diện tích đáy B và chiều cao h là

- A.** $\frac{4}{3}Bh$. **B.** $\frac{1}{3}Bh$. **C.** $3Bh$. **D.** Bh .

Lời giải

Chọn D

Thể tích của khối lăng trụ có diện tích đáy B và chiều cao h là $V = Bh$

Câu 4. Thể tích của khối trụ tròn xoay có bán kính đáy r và chiều cao h bằng

- A.** $\frac{4}{3}\pi r^2 h$ **B.** $\pi r^2 h$ **C.** $\frac{1}{3}\pi r^2 h$ **D.** $2\pi r h$

Lời giải

Chọn B

Diện tích đáy của khối trụ là πr^2

Thể tích của khối trụ là $\pi r^2 h$

Câu 5. Một hình trụ có bán kính đáy $r = a$, độ dài đường sinh $l = 2a$. Diện tích toàn phần của hình trụ này là:

- A.** $6\pi a^2$. **B.** $2\pi a^2$. **C.** $4\pi a^2$. **D.** $5\pi a^2$.

Lời giải

Chọn A

$$S_{tp} = 2\pi a \cdot 2a + 2\pi a^2 = 6\pi a^2$$

Câu 6. Cho hình trụ có diện tích xung quanh bằng 50π và độ dài đường sinh bằng đường kính của đường tròn đáy. Tính bán kính r của đường tròn đáy.

A. $r = 5\sqrt{\pi}$

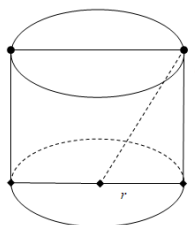
B. $r = 5$

C. $r = \frac{5\sqrt{2}\pi}{2}$

D. $r = \frac{5\sqrt{2}}{2}$

Lời giải

Chọn D



Diện tích xung quanh của hình trụ: $2\pi rl$ (l : độ dài đường sinh) Có $l = 2r$

$$S_{xq} = 2\pi rl \Leftrightarrow 2\pi rl = 50\pi \Leftrightarrow 2\pi r 2r = 50\pi \Leftrightarrow r = \frac{5\sqrt{2}}{2}$$

Câu 7. Một hình trụ có diện tích xung quanh bằng $4\pi a^2$ và bán kính đáy là a . Tính độ dài đường cao của hình trụ đó.

A. a .

B. $2a$.

C. $3a$.

D. $4a$.

Lời giải

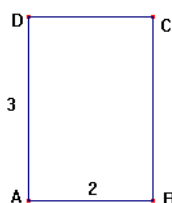
Chọn B

Diện tích xung quanh của hình trụ có bán kính đáy a và chiều cao h là

$$S_{xq} = 2\pi ah \Leftrightarrow h = \frac{S_{xq}}{2\pi a} = \frac{4\pi a^2}{2\pi a} = 2a.$$

Vậy độ dài đường cao của hình trụ đó là $h = 2a$.

Câu 8. Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 2$; $AD = 3$. Tính thể tích khối trụ được tạo thành khi quay hình phẳng $ABCD$ quanh trục AD .



A. 12π .

B. 6π .

C. 18π .

D. 4π .

Lời giải

Chọn A

Ta có $R = AB = 2$; $h = AD = 3$

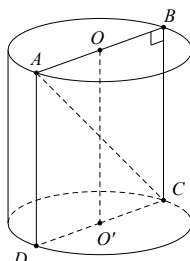
Thể tích khối trụ được tạo thành là $V = \pi R^2 h = 12\pi$

Câu 9. Tính diện tích xung quanh của hình trụ biết chu vi đáy của hình trụ đó bằng 6π (cm) và thiết diện đi qua trục là một hình chữ nhật có độ dài đường chéo bằng 10 (cm).

- A.** 48π (cm³). **B.** 24π (cm³). **C.** 72π (cm³). **D.** $18\pi\sqrt{34}72\pi$ (cm³).

Lời giải

Chọn A



Do chu vi đáy của hình trụ đó bằng 6π (cm) nên bán kính đáy của hình trụ là $R = \frac{C}{2\pi} = \frac{6\pi}{2\pi} = 3$ (cm).

Vì thiết diện đi qua trục là một hình chữ nhật ABCD có $AC = 10$ (cm) và $AB = 2R = 6$ (cm) nên chiều cao của hình trụ là:

$$h = l = BC = \sqrt{AC^2 - AB^2} = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8 \text{ (cm)}.$$

Vậy diện tích xung quanh hình trụ là: $S_{xq} = 2\pi Rh = 2\pi \cdot 3 \cdot 8 = 48\pi$ (cm²).

Câu 10. Cho hình trụ có bán kính đáy bằng R , chiều cao bằng h . Biết rằng hình trụ đó có diện tích toàn phần gấp đôi diện tích xung quanh. Mệnh đề nào sau đây đúng?

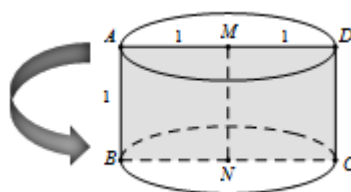
- A.** $R = h$. **B.** $R = 2h$. **C.** $h = 2R$. **D.** $h = \sqrt{2}R$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $S_{tp} = 2S_{xq} \Leftrightarrow 2\pi R^2 + 2\pi Rh = 2 \cdot 2\pi Rh \Leftrightarrow R = h$.

Câu 11. Trong không gian, cho hình chữ nhật ABCD có $AB = 1$ và $AD = 2$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD và BC . Quay hình chữ nhật đó xung quanh trục MN , ta được một hình trụ. Tính diện tích toàn phần S_{tp} của hình trụ đó.



- A.** $S_{tp} = 6\pi$. **B.** $S_{tp} = 2\pi$. **C.** $S_{tp} = 4\pi$. **D.** $S_{tp} = 10\pi$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $S_{tp} = S_{xq} + S_{2day} = 2\pi Rh + 2\pi R^2 = 2\pi R(h + R)$.

Hình trụ đã cho có chiều cao là $h = MN = AB = 1$ và bán kính đáy $R = \frac{AD}{2} = 1$. Do đó diện tích toàn phần hình trụ là: $S_{tp} = 2\pi(1 + 1) = 4\pi$

Câu 12. Khối trụ có bán kính đáy $r = 2$ (cm) và chiều cao $h = 3$ (cm) thì thể tích bằng

- A. 12π (cm³). B. 4π (cm³). C. 6π (cm³). D. 18π (cm³).

Lời giải

Chọn A

Thể tích khối trụ : $V = \pi r^2 h = \pi \cdot 2^2 \cdot 3 = 12\pi$ (cm³).

Câu 13. Cho hình trụ (T) có chiều cao bằng 5 và diện tích xung quanh bằng 30π . Thể tích khối trụ (T) bằng

- A. 30π . B. 75π . C. 15π . D. 45π .

Lời giải

Chọn D

Ta có $S_{xq} = 2\pi r l = 30\pi$ nên $r = 3$.

Vậy $V = \pi r^2 h = 45\pi$.

Câu 14. Hình trụ có hai đường tròn đáy ngoại tiếp hai mặt của một hình lập phương cạnh a thì có diện tích xung quanh bằng bao nhiêu?

- A. $2\pi a^2$. B. $2\sqrt{2}\pi a^2$. C. πa^2 . D. $\sqrt{2}\pi a^2$.

Lời giải

Chọn D

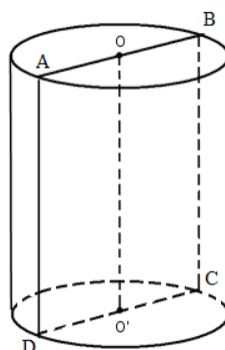
Gọi r là bán kính đường tròn đáy thì $r = \frac{a\sqrt{2}}{2}$, $l = a$. $S_{xq} = 2\pi r l = 2\pi \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot a = \sqrt{2}\pi a^2$

Câu 15. Cắt hình trụ (T) bởi một mặt phẳng qua trục của nó, ta được thiết diện là một hình vuông cạnh bằng 1. Diện tích xung quanh của (T) bằng.

- A. π . B. $\frac{\pi}{2}$. C. 2π . D. $\frac{\pi}{4}$.

Lời giải

Chọn A



Thiết diện qua trục là hình vuông $ABCD$ cạnh a

Do đó hình trụ có đường cao $h = 1$ và bán kính đáy $r = \frac{CD}{2} = \frac{1}{2}$.

Diện tích xung quanh hình trụ: $S_{xq} = 2\pi r h = 2\pi \cdot \frac{1}{2} \cdot 1 = \pi$

Câu 16. Cho hình trụ có diện tích toàn phần là 4π và có thiết diện cắt bởi mặt phẳng qua trục là hình vuông. Tính thể tích khối trụ?

A. $\frac{\pi\sqrt{6}}{12}$

B. $\frac{\pi\sqrt{6}}{9}$

C. $\frac{4\pi}{9}$

D. $\frac{4\pi\sqrt{6}}{9}$

Lời giải

Chọn D

Hình trụ có thiết diện cắt bởi mặt phẳng qua trục là hình vuông suy ra: $l = h = 2r$

Hình trụ có diện tích toàn phần là 4π suy ra:

$$S_{tp} = 2\pi rl + 2\pi r^2 = 2\pi \cdot 2r^2 + 2\pi \cdot r^2 = 6\pi r^2 = 4\pi$$

Nên $r = \frac{\sqrt{6}}{3}$, $l = h = \frac{2\sqrt{6}}{3}$

Thể tích khối trụ: $V = \pi r^2 \cdot h = \frac{4\pi\sqrt{6}}{9}$

Câu 17. Cho khối trụ có chu vi đáy bằng $4\pi a$ và độ dài đường cao bằng a . Thể tích của khối trụ đã cho bằng

A. πa^2 .

B. $\frac{4}{3}\pi a^3$.

C. $4\pi a^3$.

D. $16\pi a^3$.

Lời giải

Chọn C

Gọi chu vi đáy là P . Ta có: $P = 2\pi R \Leftrightarrow 4\pi a = 2\pi R \Leftrightarrow R = 2a$.

Khi đó thể tích khối trụ: $V = \pi R^2 h = \pi(2a)^2 \cdot a = 4\pi a^3$.

Câu 18. Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $BC = 3, AC = 5$. Tính độ dài đường sinh ℓ của khối trụ sinh ra khi quay hình chữ nhật $ABCD$ xung quanh trục AB .

A. 5.

B. 4.

C. 6.

D. 9.

Lời giải

Chọn B

Độ dài đường sinh của khối trụ là: $\ell = AB = \sqrt{AC^2 - BC^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4$.

Câu 19. Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = a\sqrt{3}, \widehat{ACB} = 30^\circ$. Tính bán kính r của khối trụ sinh ra khi quay hình chữ nhật $ABCD$ xung quanh trục AB .

A. $a\sqrt{3}$.

B. a .

C. $3a$.

D. $\frac{a}{3}$.

Lời giải

Chọn C

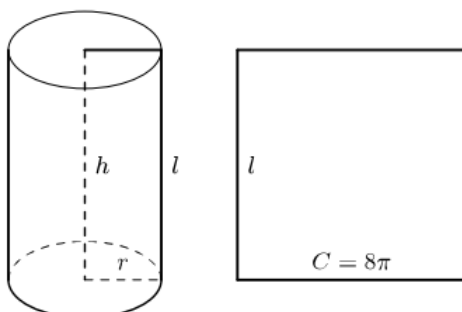
Bán kính đáy của khối trụ là: $BC = \frac{AB}{\tan 30^\circ} = 3a$.

Câu 20. Cắt mặt xung quanh của một hình trụ dọc theo một đường sinh rồi trải ra trên mặt phẳng ta được hình vuông có chu vi bằng 8π . Thể tích khối trụ đã cho bằng

- A.** $2\pi^2$. **B.** $2\pi^3$. **C.** 4π . **D.** $4\pi^2$.

Lời giải

Chọn A



Chu vi hình vuông bằng 8π nên cạnh hình vuông bằng 2π . Do đó hình trụ có bán kính $R = 1$, đường sinh $l = 2R$. Vậy thể tích của hình trụ là $V = \pi R^2 h = 2\pi^2$.

Câu 21. Trong không gian, cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 1$ và $AD = 2$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và CD . Quay hình chữ nhật đó xung quanh trục MN ta được một hình trụ. Tính thể tích V của hình trụ đó.

- A.** $V = \frac{\pi}{2}$. **B.** $V = \pi$. **C.** $V = 2\pi$. **D.** $V = 4\pi$.

Lời giải

Chọn A

Hình trụ tạo thành có chiều cao bằng $h = AD = 2$ và bán kính bằng $r = \frac{1}{2}AD = \frac{1}{2}$. Do đó nó có thể tích $V = \pi r^2 h = \frac{\pi}{2}$.

Câu 22. Cho hình trụ có hai đáy là hình tròn tâm O và O' , bán kính bằng R , chiều cao $R\sqrt{3}$; và hình nón có đỉnh là O' , đáy là đường tròn $(O; R)$. Tính tỉ số giữa diện tích xung quanh của hình trụ và diện tích xung quanh của hình nón.

- A.** 2. **B.** 3. **C.** $\sqrt{2}$. **D.** $\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn D

Diện tích xung quanh hình trụ là $S_1 = 2\pi R \cdot h = 2\pi \cdot R^2 \sqrt{3}$.

Độ dài đường sinh của hình nón là $l = \sqrt{R^2 + h^2} = 2R$.

Diện tích xung quanh của hình nón là $S_2 = \pi R l = 2\pi R^2$.

Vậy $\frac{S_1}{S_2} = \sqrt{3}$.

Câu 23. Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 4AD$. Gọi S_1, S_2 lần lượt là diện tích toàn phần của hình trụ khi quay $ABCD$ quanh AB và BC . Tính tỉ số $\frac{S_1}{S_2}$.

A. $\frac{1}{6}$.

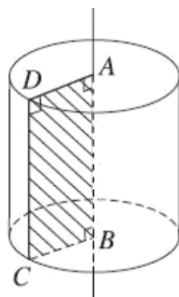
B. $\frac{1}{3}$.

C. $\frac{1}{2}$.

D. $\frac{1}{4}$.

Lời giải

Chọn D



- Khi quay $ABCD$ quanh AB :

Hình trụ được tạo thành có bán kính đáy $r_1 = AD = \frac{AB}{4}$, đường cao là $h_1 = AB$.

Diện tích toàn phần của hình trụ là $S_1 = 2\pi r_1 h_1 + 2\pi r_1^2 = 2\pi \cdot \frac{AB}{4} \cdot AB + 2\pi \left(\frac{AB}{4}\right)^2 = \frac{5}{8}\pi AB^2$.

- Khi quay $ABCD$ quanh BC .

Hình trụ được tạo thành có bán kính đáy $r_2 = AB$, đường cao là $h_2 = AD = \frac{AB}{4}$.

Diện tích toàn phần của hình trụ là $S_2 = 2\pi r_2 h_2 + 2\pi r_2^2 = 2\pi \cdot AB \cdot \frac{AB}{4} + 2\pi AB^2 = \frac{5}{2}\pi AB^2$.

Ta có $\frac{S_1}{S_2} = \frac{\frac{5}{8}\pi AB^2}{\frac{5}{2}\pi AB^2} = \frac{1}{4}$.

Câu 24. Cắt một khối trụ bởi một mặt phẳng qua trục ta được thiết diện là hình chữ nhật $ABCD$ có AB và CD thuộc hai đáy của khối trụ. Biết $AC = 5a$ và bán kính đáy của khối trụ bằng $2a$. Tính độ dài đường sinh của khối trụ đã cho.

A. $3a$.

B. $6a$.

C. $a\sqrt{21}$.

D. $4a$.

Lời giải

Chọn A

Xét tam giác ABC có $AB = 2r = 4a$. Đường sinh của khối trụ đã cho là $l = BC = \sqrt{AC^2 - AB^2} = 3a$.

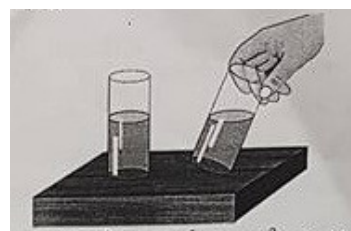
Câu 25. Nghiêng một cốc nước hình trụ có đựng nước, người ta thấy bề mặt nước là hình Elip có độ dài trục lớn là 10 cm, khoảng cách từ hai đỉnh trên trục lớn của Elip đến đáy cốc lần lượt là 5 cm và 11 cm. Tính thể tích nước trong cốc.

A. $100\pi \text{ cm}^3$.

B. $128\pi \text{ cm}^3$.

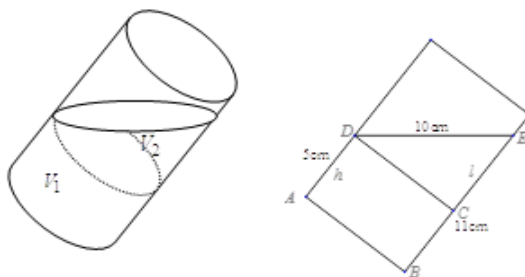
C. $172\pi \text{ cm}^3$.

D. $96\pi \text{ cm}^3$.



Lời giải

Chọn B



Ta có $V = V_1 + V_2$.

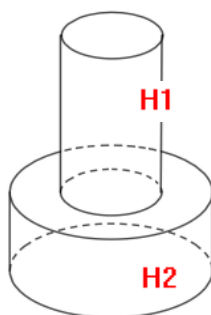
Xét mặt cắt như hình vẽ. Ta có $CE = 6\text{cm}$, $CD = \sqrt{DE^2 - CE^2} = 8\text{cm}$.

Do đó bán kính đáy hình trụ $r = 4\text{cm}$.

$$V_1 = \pi r^2 h = \pi \cdot 4^2 \cdot 5 = 80\pi \text{ cm}^3, V_2 = \frac{1}{2} \pi r^2 l = \frac{1}{2} \pi \cdot 4^2 \cdot 6 = 48\pi \text{ cm}^3.$$

Vậy $V = 128\pi \text{ cm}^3$.

Câu 26. Một khối đồ chơi gồm hai khối trụ $(H_1), (H_2)$ xếp chồng lên nhau, lần lượt có bán kính đáy và chiều cao tương ứng là r_1, h_1, r_2, h_2 thỏa mãn $r_2 = 2r_1 = 2, h_1 = 2h_2 = 4$ (tham khảo hình vẽ). Tính thể tích khối đồ chơi.



A. 16π

B. 20π

C. 16π

D. 12π

Lời giải

Chọn D

Ta có $R_1 = 1; h_1 = 4 \Rightarrow V_1 = 4\pi$

$$R_2 = 2; h_2 = 2 \Rightarrow V_2 = 8\pi$$

Thể tích khối đồ chơi là $V = V_1 + V_2 = 12\pi$

Câu 27. Cho hình hình trụ có hai đáy là (O) và (O') . Thiết diện đi qua trục là hình chữ nhật $ABCD$ có diện tích bằng $36\sqrt{3}a^2$. Góc tạo bởi đường chéo AC và mặt phẳng đáy bằng 60° . Thể tích của hình trụ là

A. $54\sqrt{3}\pi a^3$

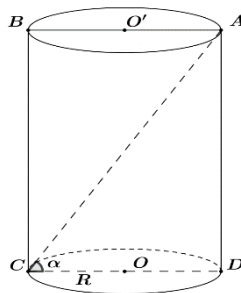
B. $18\sqrt{3}\pi a^3$

C. $51\pi a^3$

D. $60\sqrt{3}\pi a^3$

Lời giải

Chọn A



Thiết diện đi qua trục là hình chữ nhật $ABCD$ có diện tích bằng $36\sqrt{3}a^2 \Rightarrow AD \cdot CD = 36\sqrt{3}a^2$ (1) và $AD \parallel OO' \Rightarrow AD \perp (O) \Rightarrow D$ là hình chiếu của A lên mặt phẳng đáy.

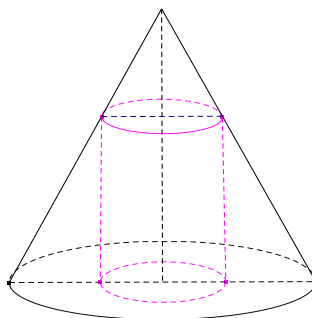
Suy ra góc tạo bởi đường chéo AC và mặt phẳng đáy là $\widehat{ACD} = 60^\circ$

$$\text{Ta có: } \tan 60^\circ = \frac{AD}{CD} \Rightarrow AD = \sqrt{3}CD \text{ (2)}$$

$$\text{Từ (1), (2)} \Rightarrow \sqrt{3}CD^2 = 36\sqrt{3}a^2 \Rightarrow CD = 6a \Rightarrow R = 3a$$

$$\text{Vậy } V = \pi R^2 h = \pi \cdot (3a)^2 \cdot 6\sqrt{3}a = 54\sqrt{3}\pi a^3.$$

Câu 28. Cho hình nón có bán kính đáy bằng 3 chiều cao bằng 6, một khối trụ có bán kính đáy thay đổi nội tiếp khối nón đã cho (như hình vẽ). Thể tích lớn nhất của khối trụ bằng



A. 6π .

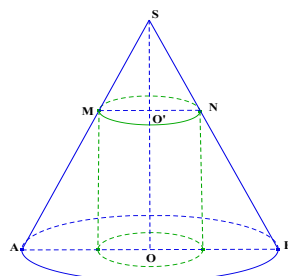
B. 10π .

C. 4π .

D. 8π .

Lời giải

Chọn D



Gọi bán kính của khối trụ là x ($0 < x < 3$), chiều cao của khối trụ là $h = OO'$ ($0 < h < 6$).

Khi đó thể tích khối trụ là: $V = \pi x^2 h$.

$$\text{Ta có: } \Delta SO'N \text{ đồng dạng với } \Delta SOB \text{ nên có } \frac{O'N}{OB} = \frac{SO'}{SO} \Leftrightarrow \frac{x}{3} = \frac{6-h}{6} \Leftrightarrow h = 6 - 2x.$$

$$\text{Suy ra } V = \pi x^2 h = \pi x^2 (6 - 2x) = \pi (6x^2 - 2x^3).$$

$$\text{Xét hàm } f(x) = 6x^2 - 2x^3, \quad (0 < x < 3).$$

$$f'(x) = 12x - 6x^2.$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 & (l) \\ x = 2 & (n) \end{cases}$$

Bảng biến thiên:

x	0	2	3
f'(x)	+	0	-
f(x)		8	

Do đó V lớn nhất khi hàm $f(x)$ đạt giá trị lớn nhất.

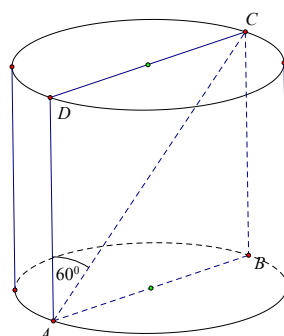
Vậy thể tích của khối trụ lớn nhất là $V = 8\pi$ khi bán kính khối trụ bằng 2.

Câu 29. Cắt một khối trụ bởi một mặt phẳng qua trục ta được thiết diện là hình chữ nhật $ABCD$ có cạnh AB và cạnh CD nằm trên hai đáy của khối trụ. Biết $BD = a\sqrt{2}$, $\widehat{DAC} = 60^\circ$. Tính chiều cao khối trụ.

- A. a . B. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. C. $\frac{a}{2}$. D. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

Chọn D



Ta có $ABCD$ là hình chữ nhật nên tam giác ADC vuông tại D và $BD = AC = a\sqrt{2}$.

Xét tam giác vuông ADC có

$$\cos \widehat{DAC} = \frac{AD}{AC} \Leftrightarrow AD = AC \cos \widehat{DAC} \Leftrightarrow AD = a\sqrt{2} \cos 60^\circ \Leftrightarrow AD = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

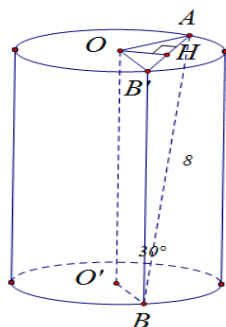
Chiều cao của hình trụ là $h = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Câu 30. Cho hình trụ tâm O, O' . Lấy điểm $A \in (O)$ và $B \in (O')$ sao cho $AB = 8$. Góc tạo bởi dây cung AB và trục OO' bằng 30° . Khoảng cách OO' và AB là 2. Tính diện tích xung quanh của hình trụ.

- A. $8\sqrt{3}\pi$. B. $16\sqrt{3}\pi$. C. 16π . D. $16\sqrt{6}\pi$.

Lời giải

Chọn D



Gọi B' là hình chiếu vuông góc của B lên đường tròn (O) .

Khi đó ta có: $OO' // BB'$.

Suy ra $(\widehat{AB, OO'}) = (\widehat{AB, BB'}) = \widehat{ABB'} = 30^\circ$.

Ta có: $OO' = BB' = AB \cdot \cos 30^\circ = \frac{8\sqrt{3}}{2} = h$

Gọi H trung điểm AB' . Khi đó $OH \perp AB'$.

Vì $OO' // (ABB')$ nên $d(OO', AB) = d(OO', (ABB')) = d(O, (ABB')) = OH = 2$.

Ta có: $AB' = 8 \sin 30^\circ = 4 \Rightarrow OA^2 = \sqrt{OH^2 + HA^2} = 2\sqrt{2}$.

Vậy diện tích xung quanh của hình trụ là:

$$S_{xq} = 2\pi \cdot 2\sqrt{2} \cdot \frac{8\sqrt{3}}{2} = 16\sqrt{6}\pi.$$

Câu 31. Một hình trụ có khoảng cách giữa hai đáy là 56 cm . Một thiết diện song song với trục là một hình vuông. Biết khoảng cách từ trục đến mặt phẳng cắt bằng 45 cm . Tính bán kính đáy của hình trụ đã cho.

A. 43.

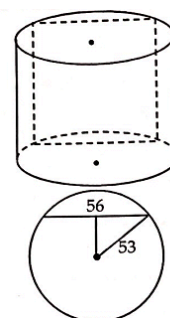
B. 28.

C. 53.

D. 24.

Lời giải

Chọn C



Để mặt phẳng thiết diện là hình vuông thì hình vuông đó có độ dài cạnh là 56 (bằng độ dài chiều cao của hình trụ). Khi đó ta có mặt phẳng được vẽ như hình dưới.

Bán kính đáy của hình trụ đã cho là: $r = \sqrt{45^2 + \left(\frac{56}{2}\right)^2} = 53$.

Câu 32. Trong không gian, cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 1$. Quay hình chữ nhật đó xung quanh trục AB ta được một hình trụ. Biết diện tích toàn phần S_{tp} của hình trụ đó bằng 12π . Tính bán kính đáy của hình trụ này.

A. 3.

B. 2.

C. 5.

D. 6.

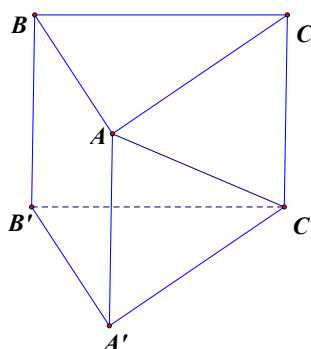
Lời giải

Chọn B

Ta có chiều cao của hình trụ là $h = AB = 1$.

Ta có $S_{tp} = 2\pi r^2 + 2\pi rh = 12\pi \Rightarrow r^2 + r - 6 = 0 \Leftrightarrow r = 2$.

Câu 33. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có độ dài cạnh bên bằng $2a$, đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , góc giữa AC' và mặt phẳng $(BCC'B')$ bằng 30° (tham khảo hình vẽ). Tính bán kính đường tròn đáy của khối trụ ngoại tiếp lăng trụ $ABC.A'B'C'$.



A. $a\sqrt{2}$.

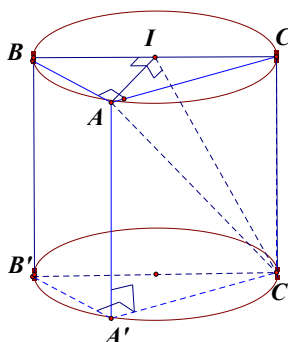
B. $a\sqrt{3}$.

C. a .

D. $2a$.

Lời giải

Chọn A



Gọi bán kính của hình trụ là R .

Ta có: $CC' \perp (ABC) \Rightarrow CC' \perp AI$.

Lại có tam giác ABC là tam giác vuông cân tại A nên $AI \perp BC$ do đó $AI \perp (BCC'B')$ hay góc giữa AC' và mặt phẳng $(BCC'B')$ là $\widehat{IC'A}$.

Xét tam giác AIC' ta có: $IC' = \frac{AI}{\tan \widehat{IC'A}} = R\sqrt{3}$.

Xét tam giác CIC' ta có: $IC'^2 = IC^2 + CC'^2 \Leftrightarrow 3R^2 = R^2 + 4a^2 \Rightarrow R = a\sqrt{2}$.

Câu 34. Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$, biết góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC) bằng 45° , diện tích tam giác $A'BC$ bằng $a^2\sqrt{6}$. Tính chiều cao của hình trụ ngoại tiếp hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $a\sqrt{2}$.

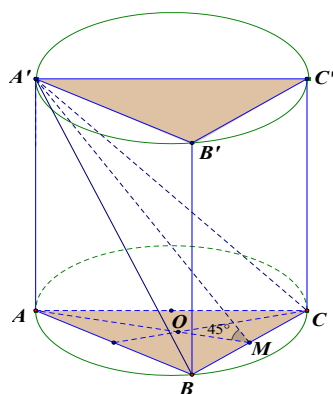
B. a .

C. $2a$.

D. $a\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi M là trung điểm BC . Khi đó ta có $BC \perp AM, BC \perp A'M$

Suy ra: $((A'BC), (ABC)) = \widehat{A'MA} = 45^\circ \Rightarrow A'A = AM$. Gọi O là trọng tâm tam giác ABC .

Đặt $BC = x, x > 0$. Ta có $AM = A'A = \frac{x\sqrt{3}}{2} \Rightarrow A'M = \frac{x\sqrt{6}}{2}$.

Nên $S_{\Delta A'BC} = \frac{1}{2} \cdot A'M \cdot BC = \frac{x^2\sqrt{6}}{4} = a^2\sqrt{6} \Rightarrow x = 2a$.

Khi đó: $AO = \frac{2}{3}AM = \frac{2}{3} \cdot \frac{2a\sqrt{3}}{2} = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$ và $A'A = a\sqrt{3}$.

Câu 35. Cắt một hình trụ bằng mặt phẳng (α) vuông góc mặt đáy, ta được thiết diện là một hình vuông có diện tích bằng 16. Biết khoảng cách từ tâm đáy hình trụ đến mặt phẳng (α) bằng 3. Tính bán kính của khối trụ.

A. $\sqrt{13}$.

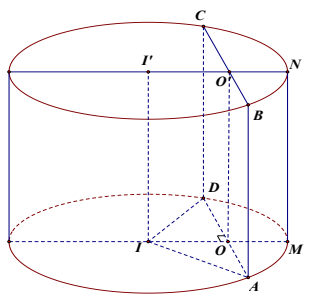
B. $\sqrt{12}$.

C. 10.

D. 8.

Lời giải

Chọn A



Dựng các dữ kiện bài toán theo hình vẽ trên.

Mặt phẳng (α) vuông góc mặt đáy, ta được thiết diện là một hình vuông $ABCD$ có diện tích bằng 16 $\Rightarrow$ Cạnh hình vuông bằng 4.

Khoảng cách từ tâm I đáy hình trụ đến mặt phẳng (α) bằng 3 $\Rightarrow IO = 3$.

Ta có $IA = \sqrt{IO^2 + OA^2} = \sqrt{9 + 4} = \sqrt{13}$.

Câu 36. Cho một hình nón có góc ở đỉnh bằng 90° và bán kính đáy bằng 4. Khối trụ (H) có một đáy thuộc đáy của hình nón và đường tròn đáy của mặt đáy còn lại thuộc mặt xung quanh của hình chóp. Biết chiều cao của (H) bằng 1. Tính bán kính đáy của khối trụ (H).

A. 3.

B. 2.

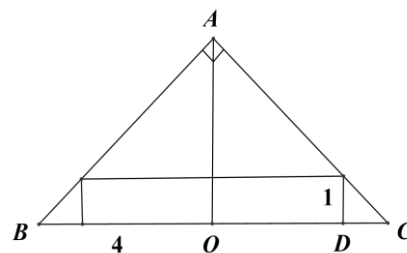
C. 5.

D. 6.

Lời giải

Chọn A

Thiết diện qua trục của hình nón và hình trụ có dạng như hình bên, với A là đỉnh nón, BC là đường kính đáy nón, O là tâm đáy, D là 1 giao điểm của đường tròn đáy hình trụ với BC



Có góc $BAC = 90^\circ, OB = OC = OA = 4$

Chiều cao hình trụ bằng 1 nên áp dụng định lý Ta lét ta có $OC = 4CD \Rightarrow CD = 1$.

$\Rightarrow$ Bán kính đáy hình trụ là $r = OD = 3$.

Câu 37. Khi sản xuất vỏ lon sữa bò hình trụ, các nhà thiết kế luôn đặt mục tiêu sao cho chi phí nguyên liệu làm vỏ lon là ít nhất, tức là diện tích toàn phần của hình trụ là nhỏ nhất. Muốn thể tích khối trụ đó bằng 2 và diện tích toàn phần của hình trụ nhỏ nhất thì bán kính đáy của khối trụ bằng bao nhiêu?

A. $\frac{1}{\pi}$.

B. $\frac{1}{\sqrt{\pi}}$.

C. $\frac{1}{\sqrt[3]{\pi}}$.

D. $\frac{2}{\sqrt[3]{\pi}}$.

Lời giải

Chọn C

Bài toán yêu cầu xác định giá trị của bán kính đáy là R, sao cho diện tích toàn phần của hình trụ là nhỏ nhất.

Gọi h là chiều cao của hình trụ, ta có: $2 = \pi R^2 h$.

$$S_{tp} = 2.S_d + S_{xq} = 2\pi R^2 + \pi R h = 2\pi \left(\frac{2}{\pi R} + R^2 \right) = 2\pi \left(\frac{2}{2\pi R} + \frac{2}{2\pi R} + R^2 \right) \geq 6\pi \sqrt[3]{\frac{4}{4\pi^2}}$$

Dấu “=” xảy ra ta có $R = \sqrt[3]{\frac{2}{2\pi}} = \frac{1}{\sqrt[3]{\pi}}$.

Câu 38. Cho hình trụ có hai đáy là hai hình tròn (O) và (O'), chiều cao bằng $2R$ và bán kính đáy bằng R . Một mặt phẳng (α) đi qua trung điểm của OO' và tạo với OO' một góc bằng 30° (α) cắt hình tròn đáy theo một đoạn thẳng có độ dài l . Tính l theo R .

A. $l = \frac{4R}{3\sqrt{3}}$.

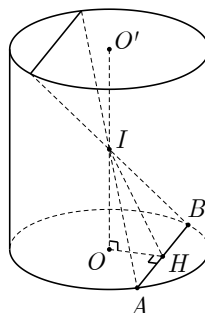
B. $l = \frac{2\sqrt{2}R}{\sqrt{3}}$.

C. $l = \frac{2R}{3}$.

D. $l = \frac{2R}{\sqrt{3}}$.

Lời giải

Chọn B



Giả sử (α) cắt hình tròn $(O; R)$ theo dây cung AB

Gọi I là trung điểm OO' , H là trung điểm dây cung AB

Ta có $AB \perp (OIH)$ từ đó suy ra được $(OO', (\alpha)) = \widehat{OIH} \Rightarrow \widehat{OIH} = 30^\circ$

$$\text{Ta có: } OH = OI \cdot \tan \widehat{OIH} = \frac{a}{\sqrt{3}} \Rightarrow AB = 2\sqrt{R^2 - \frac{R^2}{3}} = \frac{2\sqrt{2}R}{\sqrt{3}}.$$

Câu 39. Cho hình trụ có hai đáy là hai hình tròn (O) và (O') , chiều cao $2R$ và bán kính đáy R . Một mặt phẳng (α) đi qua trung điểm của OO' và tạo với OO' một góc 30° . Hỏi (α) cắt đường tròn đáy theo một dây cung có độ dài bằng bao nhiêu?

A. $\frac{2R}{\sqrt{3}}$

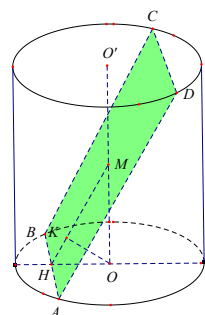
B. $\frac{2R\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$

C. $\frac{4R}{3\sqrt{3}}$

D. $\frac{2R}{3}$

Lời giải

Chọn B



Gọi M là trung điểm của OO' . Gọi A, B là giao điểm của mặt phẳng (α) và đường tròn (O) và H là hình chiếu của O trên $AB \Rightarrow AB \perp (MHO)$.

Trong mặt phẳng (MHO) kẻ $OK \perp MH$, $(K \in MH)$ khi đó góc giữa OO' và mặt phẳng (α) là góc $\widehat{OMK} = 30^\circ$.

$$\text{Xét tam giác vuông } MHO \text{ ta có } HO = OM \tan 30^\circ = R \tan 30^\circ = \frac{R\sqrt{3}}{3}.$$

$$\text{Xét tam giác vuông } AHO \text{ ta có } AH = \sqrt{OA^2 - OH^2} = \sqrt{R^2 - \frac{R^2}{3}} = \frac{R\sqrt{2}}{\sqrt{3}}.$$

$$\text{Do } H \text{ là trung điểm của } AB \text{ nên } AB = \frac{2R\sqrt{2}}{\sqrt{3}}.$$

Câu 40. Cho hình trụ có chiều cao bằng $6\sqrt{2} \text{ cm}$. Biết rằng một mặt phẳng không vuông góc với đáy và cắt hai mặt đáy theo hai dây cung song song $AB, A'B'$ mà $AB = A'B' = 6 \text{ cm}$, diện tích tứ giác $ABB'A'$ bằng 60 cm^2 . Tính bán kính đáy của hình trụ.

A. 5 cm.

B. $3\sqrt{2}$ cm.

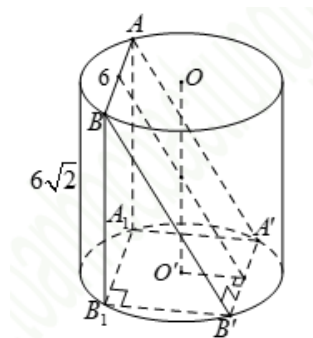
C. 4 cm.

D. $5\sqrt{2}$ cm.

Lời giải

Chọn C

Gọi O, O' là tâm các đáy hình trụ (hình vẽ).



Vì $AB = A'B'$ nên $(ABB'A')$ đi qua trung điểm của đoạn OO' và $ABB'A'$ là hình chữ nhật.

Ta có $S_{ABB'A'} = AB \cdot AA' \Leftrightarrow 60 = 6 \cdot AA' \Rightarrow AA' = 10(\text{cm})$.

Gọi A_1, B_1 lần lượt là hình chiếu của A, B trên mặt đáy chứa A' và B'

$\Rightarrow A'B'B_1A_1$ là hình chữ nhật có $A'B' = 6(\text{cm})$,

$$B_1B' = \sqrt{BB'^2 - BB_1^2} = \sqrt{10^2 - (6\sqrt{2})^2} = 2\sqrt{7}(\text{cm})$$

Gọi R là bán kính đáy của hình trụ, ta có $2R = A'B_1 = \sqrt{B_1B'^2 + A'B'^2} = 8 \Rightarrow R = 4(\text{cm})$.

Câu 41. Người ta làm chiếc thùng phi dạng hình trụ, kín hai đáy, với thể tích theo yêu cầu là $2\pi\text{m}^3$. Hỏi bán kính đáy R và chiều cao h của thùng phi bằng bao nhiêu để khi làm thì tiết kiệm vật liệu nhất ?

A. $R = 2\text{m}, h = \frac{1}{2}\text{m}$.

B. $R = 4\text{m}, h = \frac{1}{5}\text{m}$.

C. $R = \frac{1}{2}\text{m}, h = 8\text{m}$.

D. $R = 1\text{m}, h = 2\text{m}$.

Lời giải

Chọn D

Từ giả thiết ta có: $V = \pi R^2 h = 2\pi \Rightarrow h = \frac{2}{R^2}$.

Diện tích toàn phần của thùng phi là:

$$S_{tp} = 2\pi R h + 2\pi R^2 = 2\pi \left(R^2 + \frac{2}{R} \right).$$

Xét hàm số $f(R) = R^2 + \frac{2}{R}$ với $R \in (0; +\infty)$. Ta có:

$$f'(R) = 2R - \frac{2}{R^2} = \frac{2(R^3 - 1)}{R^2}$$

$$f'(R) = 0 \Leftrightarrow R = 1$$

Bảng biến thiên

x	0	1	$+\infty$
y'	-	0	+
y	$+\infty$	3	$+\infty$

Suy ra diện tích toàn phần đạt giá trị nhỏ nhất khi $R = 1 \Rightarrow h = 2$.

Vậy để tiết kiệm vật liệu nhất khi làm thùng phi thì $R = 1\text{m}, h = 2\text{m}$.

Câu 42. Một cốc nước hình trụ có chiều cao 9cm, đường kính 6cm. Mặt đáy phẳng dày 1cm, thành cốc dày 0,2 cm. Đổ vào cốc 120ml nước sau đó thả vào cốc 5 viên bi có đường kính 2cm. Mặt nước cách mép cốc gần nhất với giá trị bằng

- A. 3,67(cm). B. 3,08(cm). C. 2,28(cm). D. 2,62(cm).

Lời giải

Chọn C

Thể tích của cốc nước là: $V = \pi \cdot (2,8)^2 \cdot 8 = 62,72\pi(\text{cm}^3)$.

Thể tích của 5 viên bi là: $V_1 = 5 \cdot \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 1^3 = \frac{20}{3} \cdot \pi(\text{cm}^3)$.

Thể tích còn lại sau khi đổ vào cốc 120ml nước và thả vào cốc 5 viên bi là: $V_2 = V - V_1 - 120 = 62,72\pi - \frac{20}{3} \cdot \pi - 120 \approx 56,10(\text{cm}^3)$.

Chiều cao phần còn lại là: $h = \frac{V_2}{\pi \cdot (2,8)^2} \approx \frac{56,10}{\pi \cdot (2,8)^2} \approx 2,28(\text{cm})$.